ENERGÍA ESPECÍFICA

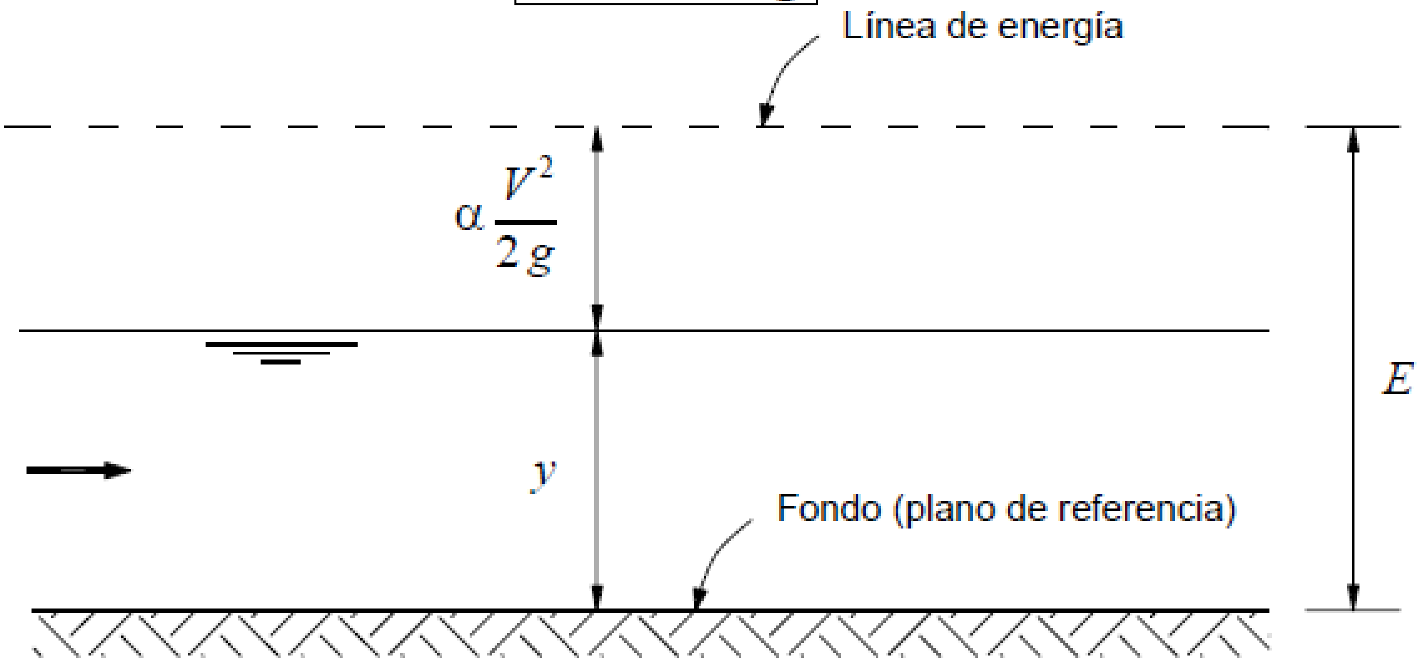
Flujo en Superficie Libre

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL
DEPARTAMENTO DE HIDRÁULICA E HIDROLOGÍA

1. ENERGÍA ESPECÍFICA (1)

- En canales abiertos, es conveniente hacer referencia a la energía por unidad de peso desde el fondo del canal; en lugar de tener un datum horizontal, se utiliza uno en pendiente. El resultado es llamado la "energía específica", el tirante del flujo en el canal más la carga de velocidad:

$$\boxed{E = y + \alpha \frac{V^2}{2g}}$$



1. ENERGÍA ESPECÍFICA (2)

- Para flujo uniforme (pendientes bajas), el coeficiente de Coriolis puede asumirse=1.

$$E = y + \frac{V^2}{2g}$$

- Expresada en función al caudal:

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

de donde se concluye que la energía específica **E** depende del caudal **Q** y del tirante “**y**”.

2. ENERGÍA ESPECÍFICA A CAUDAL CONSTANTE (1)

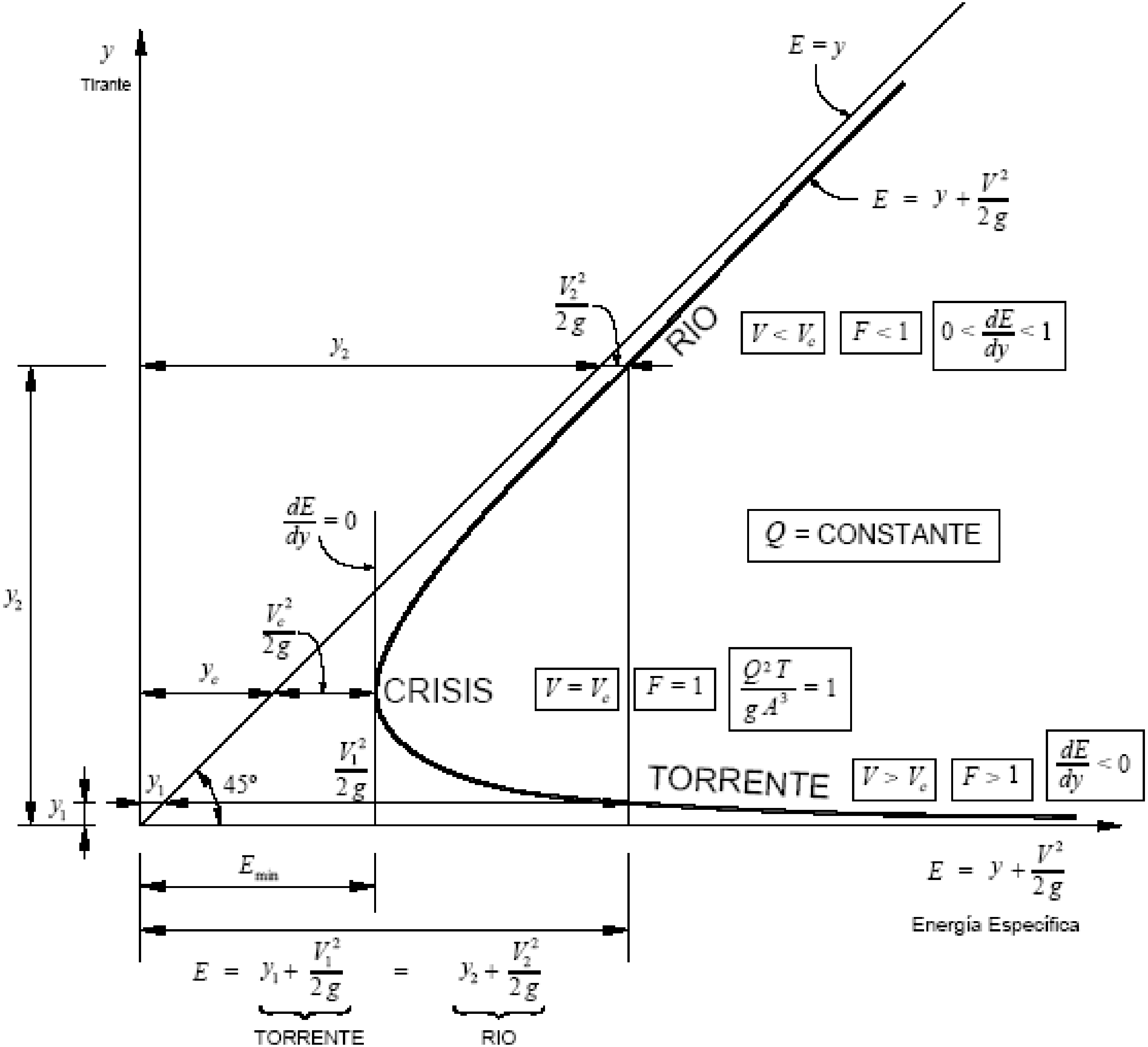
- Si el caudal es constante, la energía específica puede escribirse como:

$$E = y + \frac{k}{A^2}$$

- Ya que el área depende del tirante, la función muestra una asíntota en **y=0**.

- Asimismo, si el tirante crece, el segundo término tiende a "cero" y aparece la asíntota **E=y**: una recta a 45° .

- Luego, E=f(y) presenta dos asíntotas.



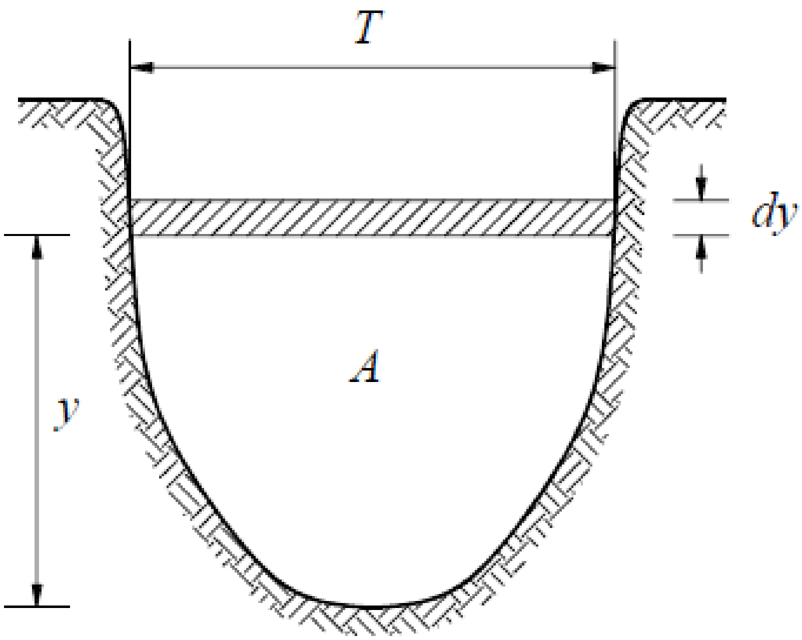
y
Tirante
E = y
E = y + V²/2g
V₂²/2g
RIO
y₂
V < V_c
F < 1
0 < dE/dy < 1
dE/dy = 0
Q = CONSTANTE
y₂
V_c²/2g
y_c
CRISIS
V = V_c
F = 1
Q² T / g A³ = 1
V₁²/2g
y₁
45°
y₁
TORRENTE
V > V_c
F > 1
dE/dy < 0
E_min
E = y + V²/2g
Energía Específica
E = y₁ + V₁²/2g = y₂ + V₂²/2g
TORRENTE
RIO

2. ENERGÍA ESPECÍFICA A CAUDAL CONSTANTE (3)

- Derivando la energía específica para encontrar su valor mínimo:

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{Q^2}{gA^3}\frac{dA}{dy}$$

- Para un canal cualquiera, puede verificarse que:



$$dA = Tdy$$

$$T = \frac{dA}{dy}$$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dy} = 1 - \frac{Q^2 T}{gA^3}$$

$$\Rightarrow \frac{Q^2 T}{gA^3} = 1$$

2. ENERGÍA ESPECÍFICA A CAUDAL CONSTANTE (4)

- Ordenando la expresión:

$$\left(\frac{Q^2}{A^2}\right)\left(\frac{T}{Ag}\right)=1 \Rightarrow \frac{V^2}{gd}=1$$

que indica un Fr=1. **FLUJO CRÍTICO.**

- Para estas condiciones, podemos encontrar un caudal crítico y una velocidad crítica:

$$\boxed{Q = A\sqrt{g.d}} \qquad \boxed{v = \sqrt{g.d}}$$

- Asimismo, se puede verificar que

$$\frac{V_c^2}{2g}=\frac{d_c}{2} \Rightarrow \boxed{E_{min} = y_c + \frac{V_c^2}{2g}}$$

3. CONDICION DE ENERGIA CONSTANTE (1)

- Asumiendo que la energía específica es constante y despejando, se puede escribir el caudal en función del tirante:

$$\boxed{Q = \sqrt{2g/\alpha}\ A\ (E_0 - y\cos\theta)^{1/2}}$$

- Para hallar el valor máximo

$$\frac{dQ}{dy} = \sqrt{2g/\alpha}\left[\frac{A}{2}(E_0 - y\cos\theta)^{-1/2}(-\cos\theta) + \frac{dA}{dy}(E_0 - y\cos\theta)^{1/2}\right] = 0$$

- Simplificando:

$$E_0 - y\cos\theta = \frac{A}{2T}\cos\theta$$

- Por definición de energía específica:

$$E_0 - y\cos\theta = \alpha\, Q^2/2g\, A^2$$

que combinada arroja la condición de flujo crítico.

3. CONDICION DE ENERGIA CONSTANTE (3)

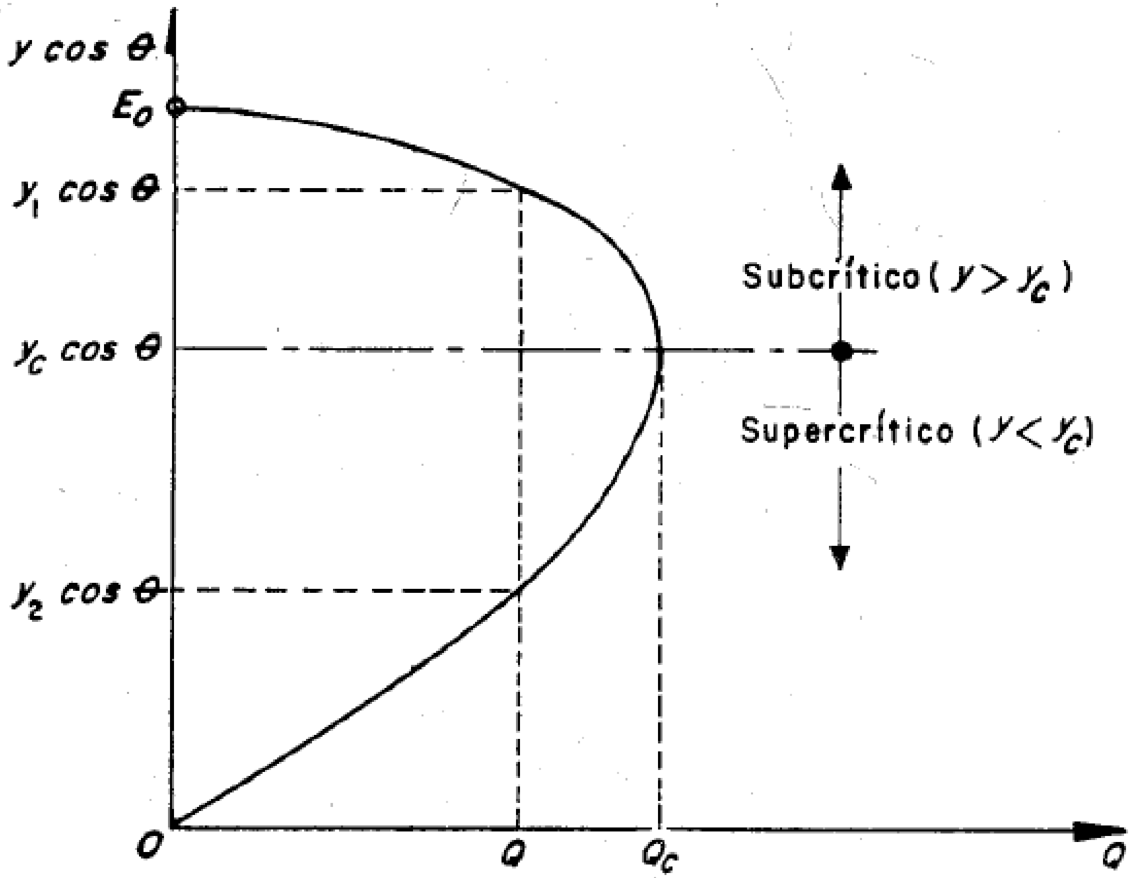


Figura 3.2. Curva gasto-tirante para energía específica constante, en un canal con pendiente. Si θ es pequeño, $\cos\theta \simeq 1$

EJEMPLO 1

- Probar que la sección de un canal en la cual el flujo es crítico puede ser expresada en la forma siguiente

$$x^2 y^3 = \frac{Q^2}{32g}$$

donde "*x" es la mitad del ancho superficial e "y" es la distancia de la superficie del agua a la línea de* energía.

5. CONDICIÓN CRÍTICA EN UN CANAL RECTANGULAR (1)

- En canal rectangular, la profundidad hidráulica es igual al tirante. Luego, para condiciones críticas:

$$V_c = \sqrt{g y_c}$$

- De donde se llega a :

$$\frac{V_c^2}{2g} = \frac{y_c}{2}$$

- Luego, la energía específica para condiciones críticas será:

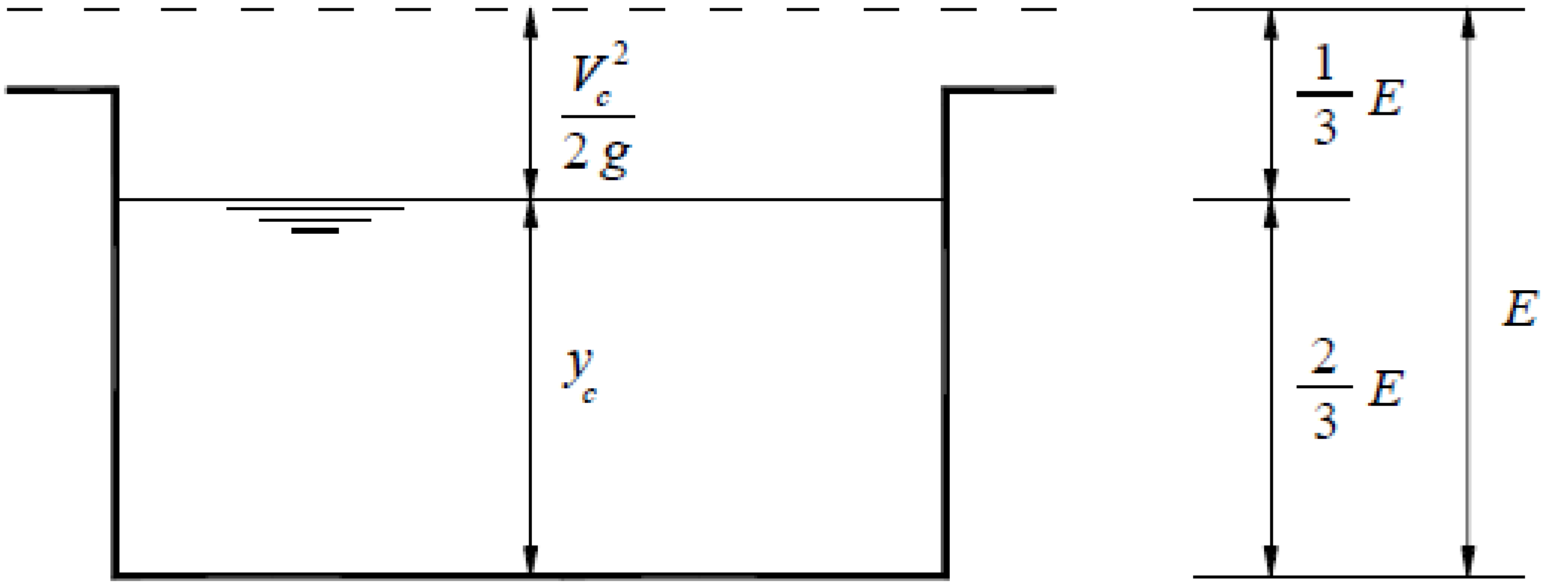
$$E_{\min} = \frac{3}{2} y_c$$

$$\Rightarrow \quad y_c = \frac{2}{3} E_{\min}$$

5. CONDICIÓN CRÍTICA EN UN CANAL RECTANGULAR (2)

- Es fácil verificar que el caudal por ancho unitario es:

$$\boxed{y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = 0{,}467 q^{\frac{2}{3}}}$$



5. CONDICIÓN CRÍTICA EN UN CANAL RECTANGULAR (3)

- La forma adimensional de la energía específica se obtiene dividiendo ésta por el tirante crítico:

$$\frac{E}{y_c} = \frac{y}{y_c} + \frac{q^2}{2gy^2 y_c} \Rightarrow \boxed{\frac{E}{y_c} = \frac{y}{y_c} + \frac{y_c^2}{2y^2}}$$

que puede escribirse también como:

$$\frac{E}{E_{min}} = \frac{2}{3}\frac{y}{y_c} + \frac{1}{3}\frac{y_c^2}{y^2}$$

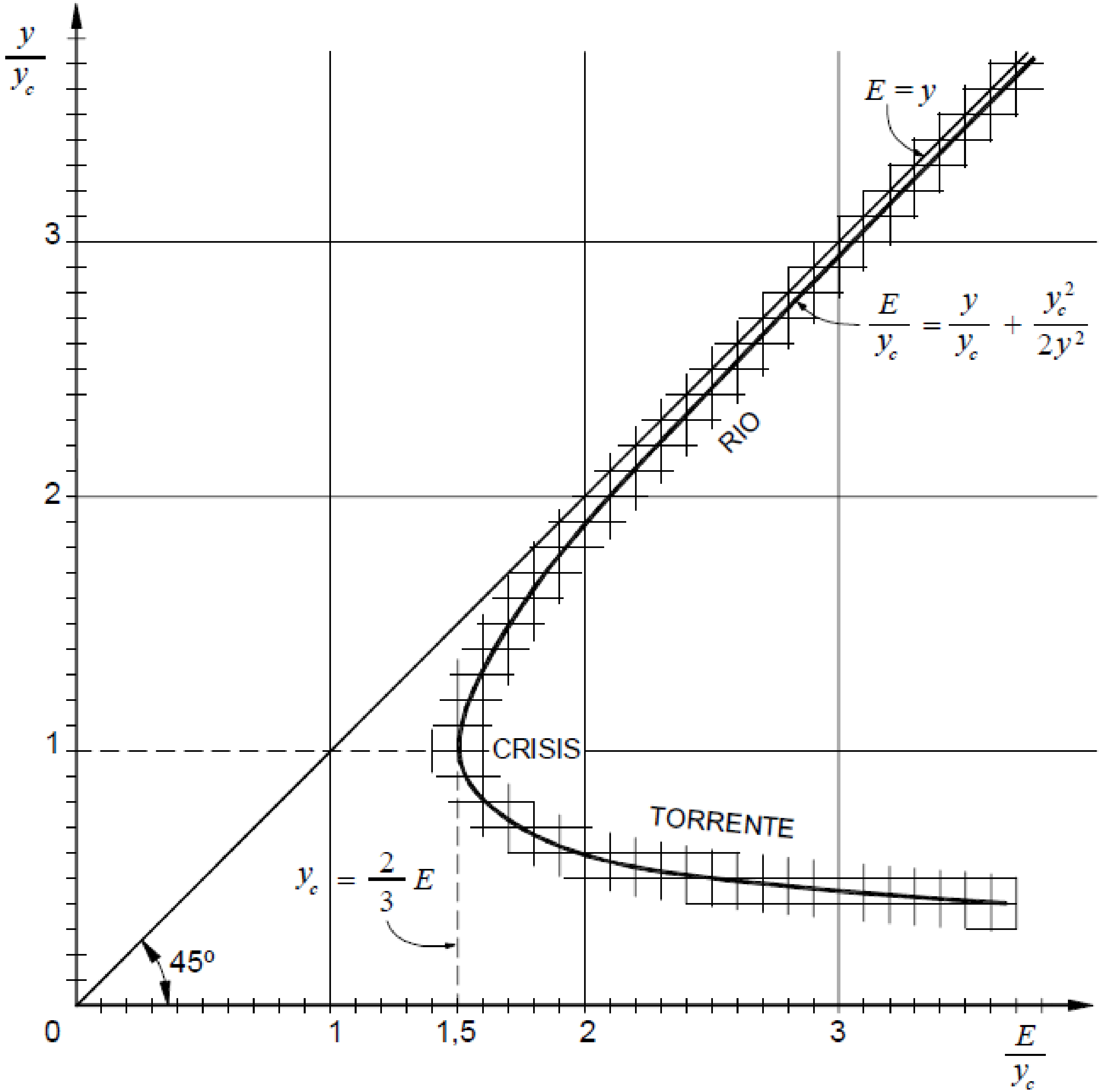


Diagrama adimensional de la Energía Específica en canal rectangular

5. CONDICIÓN CRÍTICA EN UN CANAL RECTANGULAR (5)

- Asimismo, se puede demostrar que, para una energía específica dada, el caudal máximo en un canal rectangular ocurre para el tirante crítico; es decir:

$$q = 1,704 E^{\frac{3}{2}}$$

EJERCICIO 1

- Demostrar que en un canal rectangular el caudal máximo ocurre para el tirante crítico; es decir:

$$q = 1{,}704 E^{\frac{3}{2}}$$

EJERCICIO 2

- Demostrar que en un canal rectangular se cumple entre los tirantes alternos y_1 e y_2 y el tirante crítico y_c la siguiente relación

$$\frac{2y_1^2 y_2^2}{y_1 + y_2} = y_c^3$$

EJERCICIO 3

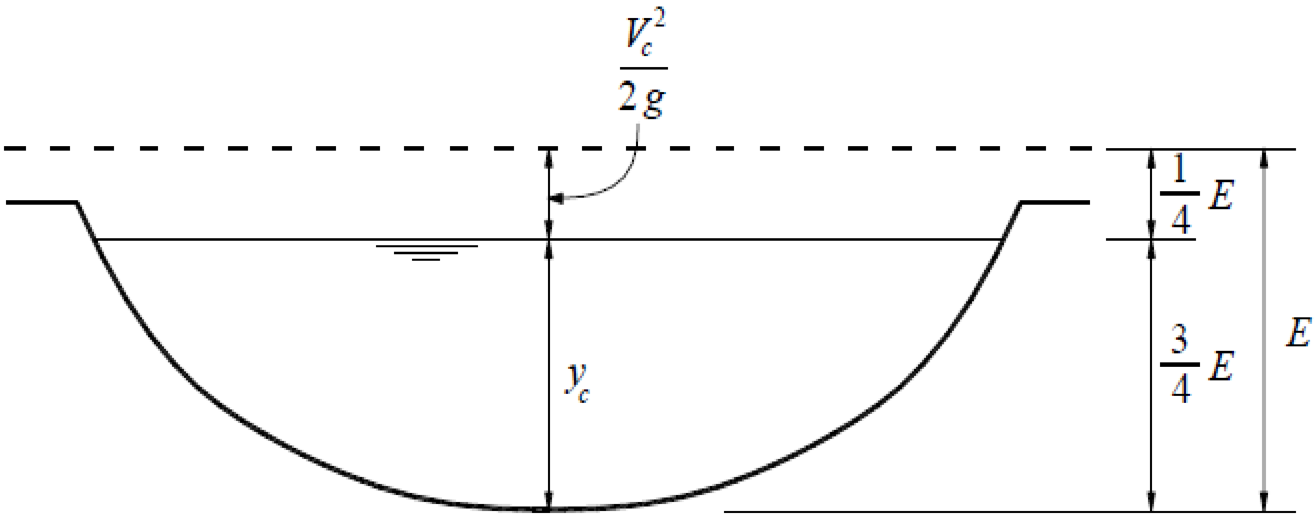
- Demostrar que en un canal rectangular se cumple entre los tirantes alternos y_1 y y_2 la siguiente relación

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{F_2^2 + 2}{F_1^2 + 2}$$

6. CONDICIÓN CRÍTICA EN UN CANAL PARABÓLICO

- La velocidad crítica

$$\boxed{V_c = \sqrt{\frac{2}{3} g y_c}}$$



- Además:

$$\boxed{y_c = \frac{3}{4} E}$$

- El caudal por unidad de ancho para una energía específica constante:

$$\boxed{q = 1{,}1067\, E^{\frac{3}{2}}}$$

EJERCICIO 1

- Demostrar que en un canal de sección parabólica cuya ecuación es $x^2 = 16y$, la energía específica mínima es $0,3611Q^{1/2}$

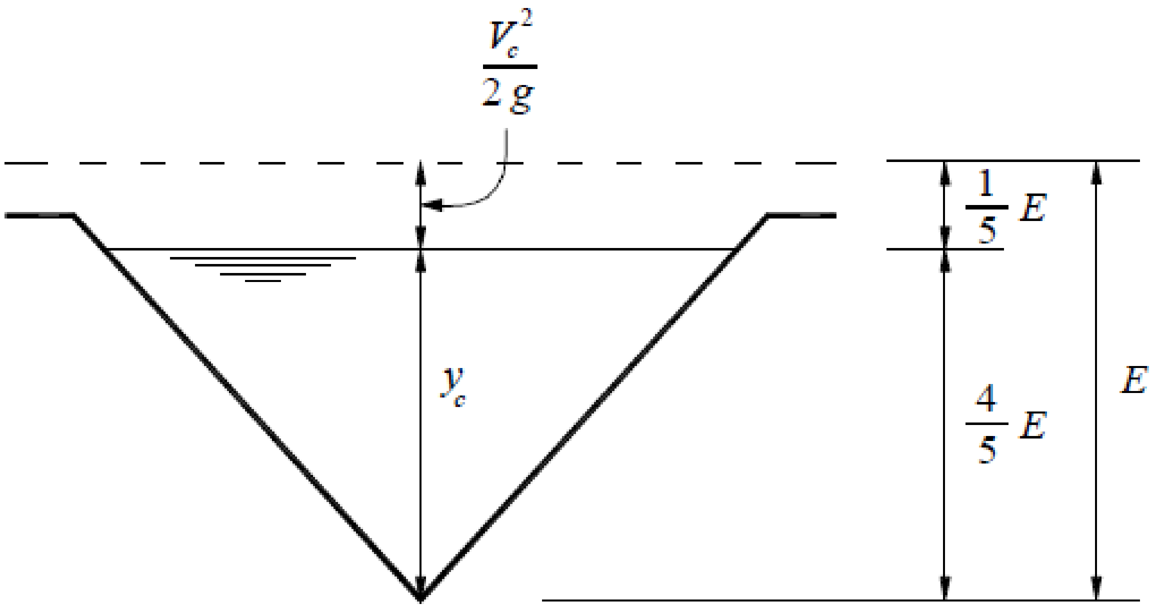
7. CONDICIÓN CRÍTICA EN UN CANAL TRIANGULAR

- La velocidad crítica

$$V_c = \sqrt{\frac{1}{2} g y_c}$$

- Además:

$$y_c = \frac{4}{5} E$$



- El caudal por unidad de ancho para una energía específica constante:

$$q = 0{,}7920 E^{\frac{3}{2}}$$

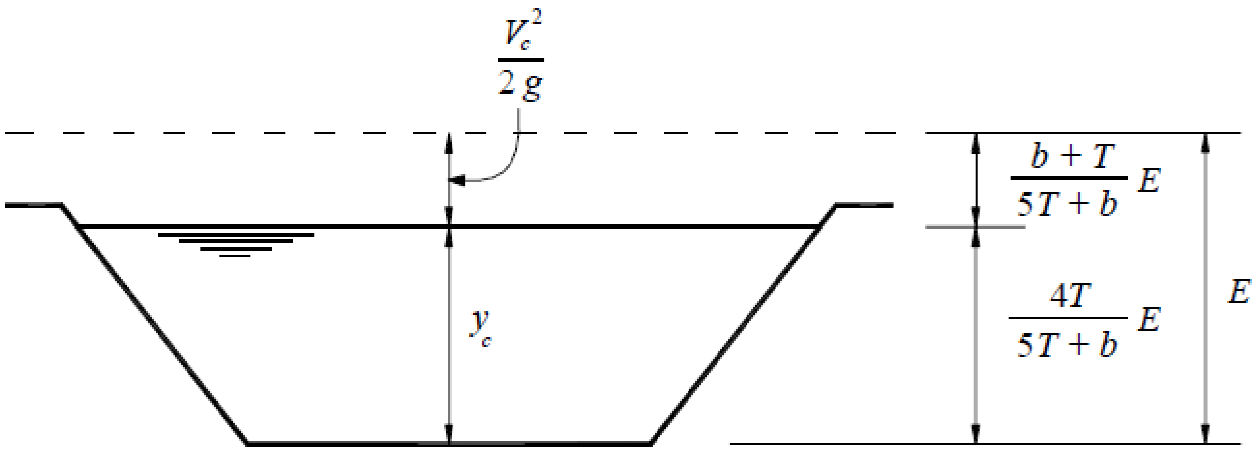
- Asimismo, se puede demostrar que:

$$y_c = \left(\frac{2}{g}\right)^{0,2} \left(\frac{Q}{z}\right)^{0,4}$$

8. CONDICIÓN CRÍTICA EN UN CANAL TRAPECIAL

- La velocidad crítica

$$V_c = \sqrt{g\frac{(b+zy_c)y_c}{b+2zy_c}}$$

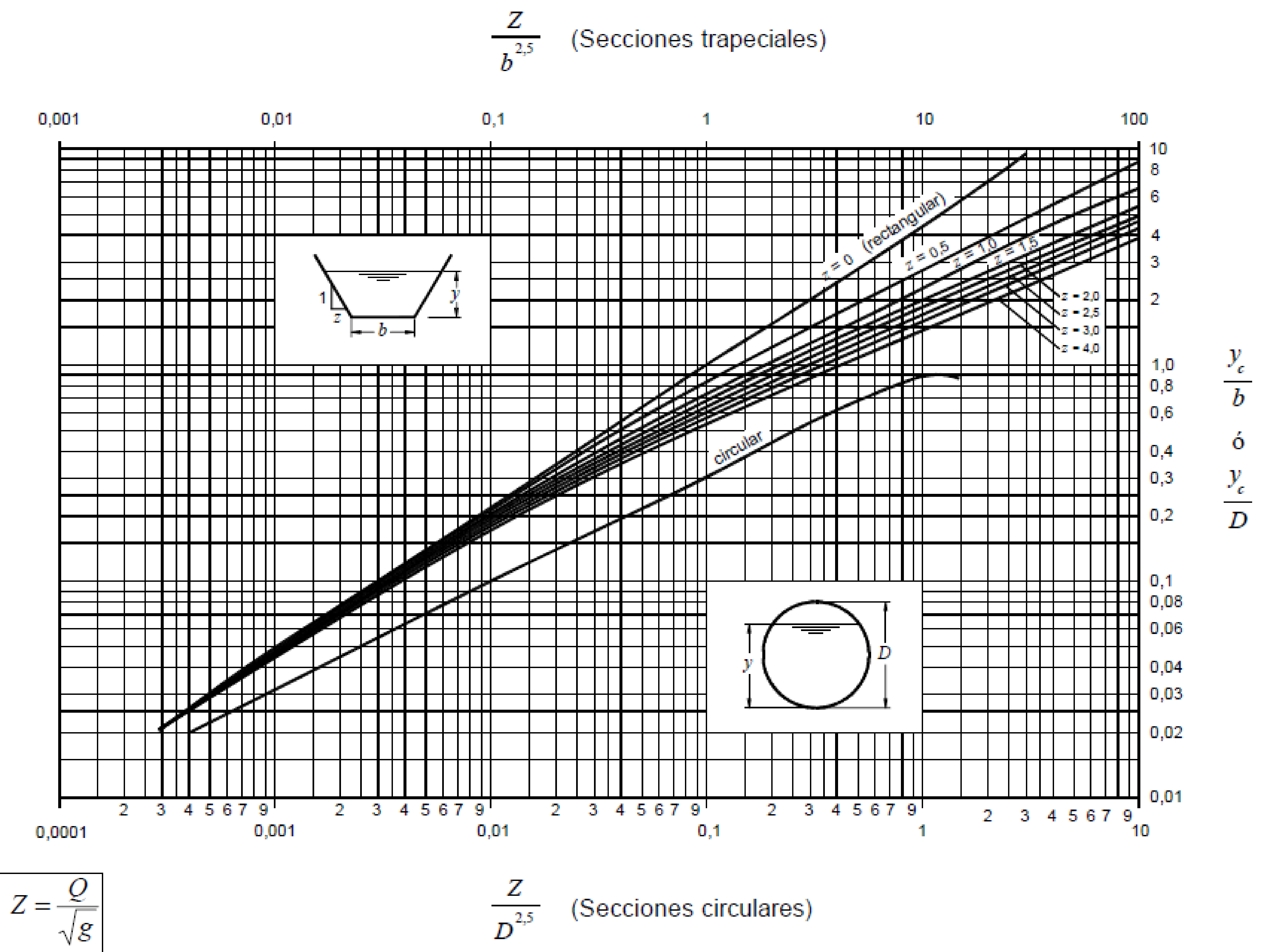


- Además:

$$y_c = \frac{4T}{5T+b}E$$

$$y_c = \frac{4zE - 3b + \sqrt{16z^2E^2 + 16zEb + 9b^2}}{10z}$$

- El caudal máximo ocurre para condiciones críticas.



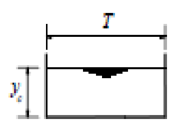
$$Z = \frac{Q}{\sqrt{g}}$$

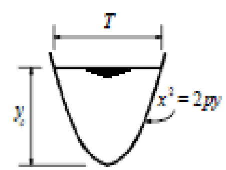
SECCIONES CRITICAS ($E = y_c + \dfrac{V_c^2}{2g}$)

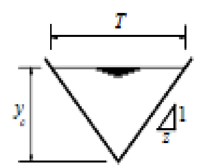
(Sistema métrico)

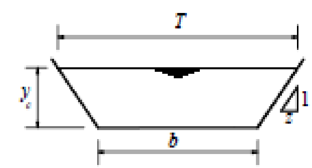
		RECTANGULO	PARABOLA	TRIANGULO	TRAPECIO
TIRANTE CRITICO	y_c	$\frac{2}{3}E$	$\frac{3}{4}E$	$\frac{4}{5}E$	$\frac{4T}{5T+b}E$
		$0{,}467q^{\frac{2}{3}}$	$0{,}701q^{\frac{2}{3}}$	$0{,}935q^{\frac{2}{3}}$	$0{,}467\left(\frac{2T}{b+T}\right)q^{\frac{2}{3}}$
			$0{,}456\left(\frac{1}{p}\right)^{\frac{1}{4}}Q^{\frac{1}{2}}$	$0{,}728\left(\frac{Q}{z}\right)^{\frac{2}{5}}$	$\frac{4zE-3b+\sqrt{16z^2E^2+16zEb+9b^2}}{10z}$
ENERGIA DE VELOCIDAD	$\frac{V_c^2}{2g}$	$\frac{1}{3}E$	$\frac{1}{4}E$	$\frac{1}{5}E$	$\frac{T+b}{5T+b}E$
VELOCIDAD CRITICA	V_c	$\sqrt{gy_c}$	$0{,}816\sqrt{gy_c}$	$0{,}707\sqrt{gy_c}$	$\sqrt{\frac{T+b}{2T}}\sqrt{gy_c}$
GASTO MAXIMO	q_{max}	$1{,}704E^{\frac{3}{2}}$	$1{,}107E^{\frac{3}{2}}$	$0{,}792E^{\frac{3}{2}}$	$8{,}854\left[\frac{b+T}{5T+b}\right]^{\frac{3}{2}}E^{\frac{3}{2}}$

$$q = \frac{Q}{T}$$







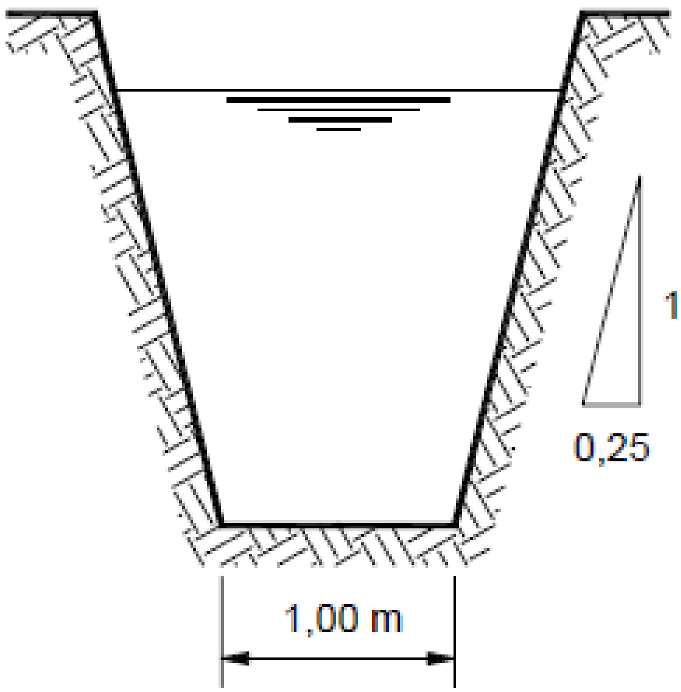


EJERCICIO 1

- ¿Cuál debe ser el ancho en la base de un canal trapecial cuyo talud es 2 para que un gasto de 30 m3/s dé un tirante crítico normal de 1,25 m?.

EJERCICIO 2

- Calcular la altura de río y de torrente que podrían producirse en el canal cuya sección aparece en la figura, para un gasto de 6,5 m3/s y una energía específica de 3,14 m.



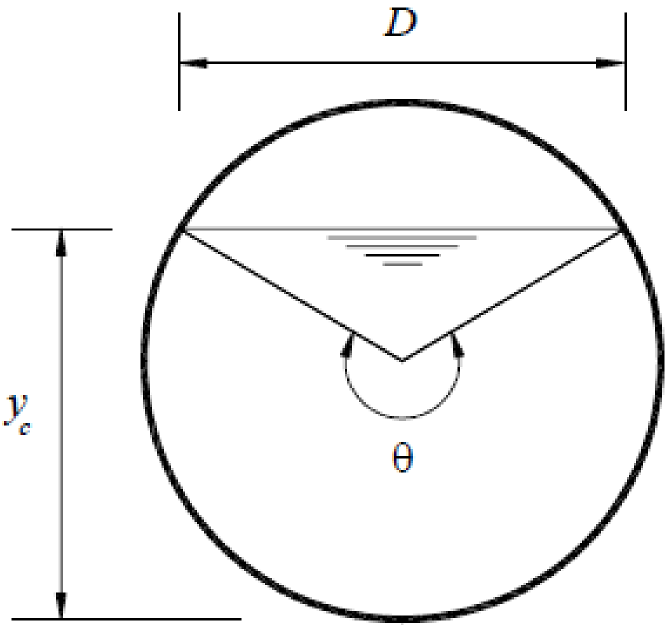
9. CONDICIÓN CRÍTICA EN UN CANAL CIRCULAR

- El tirante crítico

$$y_c = \frac{D}{2}\left(1 - \cos\frac{\theta}{2}\right)$$

- El caudal máximo:

$$Q = 0{,}1383\,\frac{(\theta - \operatorname{sen}\theta)^{\frac{3}{2}}}{\left(\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\right)^{\frac{1}{2}}}\,D^{\frac{5}{2}}$$



10. PENDIENTE CRÍTICA

- Si un flujo alcanza el flujo crítico, se producen ondulaciones en la superficie y pequeños saltos que pueden dañar las estructuras, y debe evitarse.

- La pendiente crítica se obtiene reemplazando la velocidad crítica en la ecuación de Manning.

$$S_c = g\frac{A}{T}\frac{n^2}{R^{\frac{4}{3}}}$$

- Si se utiliza la ecuación de Chezy, la pendiente crítica será:

$$S_c = \frac{g}{C^2}\frac{P}{T} \Longrightarrow S_c = \frac{f}{8}$$

11. TRANSICIONES (1)

- En muchas ocasiones, un canal cambia de sección transversal; se dice entonces que se tiene una transición.

- Cualquiera que sea la transición se tendrá que entre dos secciones 1 y 2 la ecuación de la energía es:

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + a$$

siendo **a** la altura de una grada (positiva o negativa).

- La grada positiva significa una disminución de la energía específica y la grada negativa un aumento. Si no hay grada, **a=0**.

11. TRANSICIONES (2)

Derivando la energía o carga total:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{d\left(V^2/2g\right)}{dx} + \frac{dy}{dx} + \frac{dz}{dx}$$

Grada

Se sabe que:

$$\frac{d\left(V^2/2g\right)}{dx} = -F_r^2 \frac{dy}{dx}$$

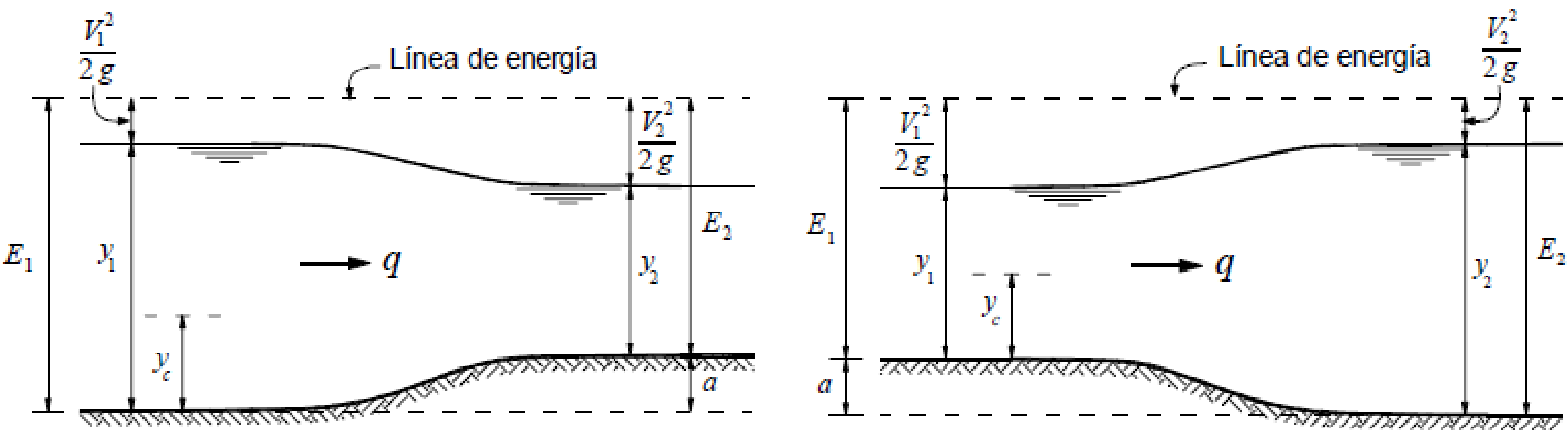
Asumiendo las pérdidas por fricción son despreciables, $S_f = dH/dx \sim 0$, se puede deducir:

$$\boxed{(1 - F_r^2)\frac{dy}{dx} + \frac{dz}{dx} = 0}$$

11. TRANSICIONES (3)

CASO I: EFECTO DE GRADAS EN EL TIRANTE – Caso Canal de ancho constante:

- Si $dz/dx > 0$ y $F_r < 1$
- Si $dz/dx > 0$ y $F_r > 1$
- Si $dz/dx < 0$ y $F_r < 1$
- Si $dz/dx < 0$ y $F_r > 1$



11. TRANSICIONES (4)

CASO II: EFECTO DE ESTRECHAMIENTO O ENSANCHAMIENTO DEL CANAL EN EL TIRANTE:

- Ya que no hay grada, dz/dx = 0. ´La ecuación de energía es:

$$(1-F_r^{\,2})\frac{dy}{dx}-F_r^{\,2}\,\frac{y}{b}\,\frac{db}{dx}=0$$

1. Si db/dx > 0 y Fr < 1, entonces (1-Fr2) > 0 y dy/dx debe ser mayor que cero. Por lo tanto, el tirante aumenta en la dirección de x+.

2. Si db/dx > 0 y Fr > 1, entonces (1-Fr2) < 0 y dy/dx debe ser menor que cero. Por lo tanto, el tirante disminuye en la dirección de x+.

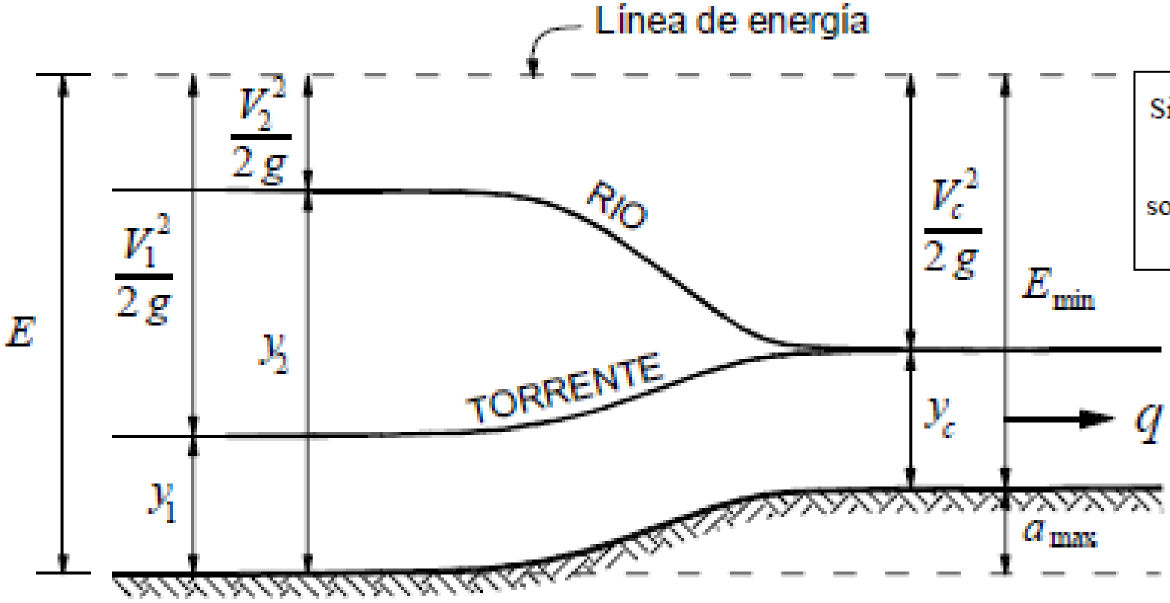
3. Si db/dx < 0 y Fr < 1, entonces (1-Fr2) > 0 y dy/dx debe ser menor que cero. Por lo tanto el tirante disminuye en la dirección de x+.

4. Si db/dx < 0 y Fr > 1, entonces (1-Fr2) < 0 y dy/dx debe ser ser mayor que cero. Por lo tanto el tirante aumenta en la dirección de x+.

11. TRANSICIONES (5)

- En general, a gasto constante, una disminución de la energía específica significa una disminución del tirante en los ríos y un aumento del tirante en los torrentes. Por el contrario, un aumento de la energía específica significa un aumento del tirante en los ríos y una disminución en los torrentes.

- El valor máximo que puede tener una grada positiva, sin alterar la línea de energía, es el que corresponde a un flujo crítico sobre ella.



Si a es máximo, la energía específica $E = E_{min} + a_{max}$

sobre la grada debe ser mínima $E_{min} = y_c + \frac{V_c^2}{2g}$

EJERCICIO 1

- Un canal rectangular pasa de una sección de 1,20 m de ancho a otra de 1,80 m de ancho, por medio de una transición suave en las paredes del canal. El fondo no sufre ninguna alteración. El gasto es de 2,1 m3/s. El tirante en la segunda sección es de 1,15 m. Hallar el tirante en la primera sección, considerando que aguas arriba hay un régimen subcrítico. Dibujar el perfil de la superficie libre.

EJERCICIO 2

- En un canal rectangular de flujo torrencial cuyo tirante es de 0,40 m y la velocidad es 2,75 m/s se desea saber cual debe ser la sobre elevación de una grada de fondo para que se produzca un régimen crítico.

EJERCICIO 3

- Un canal rectangular muy ancho conduce un gasto de 4 m3/s/m. Calcular cual es la máxima sobreelevación que puede tener una grada de fondo para no afectar las condiciones de aguas arriba. El tirante normal es 2,50 m.

12. DISEÑO DE TRANSICIONES (1)

- Las transiciones son estructuras que permiten conectar tramos de canal que tienen secciones rectas de diferente forma y tamaño.

- Las características principales son:

1) Se produce flujo variado, el cual debe confinarse en la estructura de transición.

2) Las pérdidas de energía deben ser mínimas.

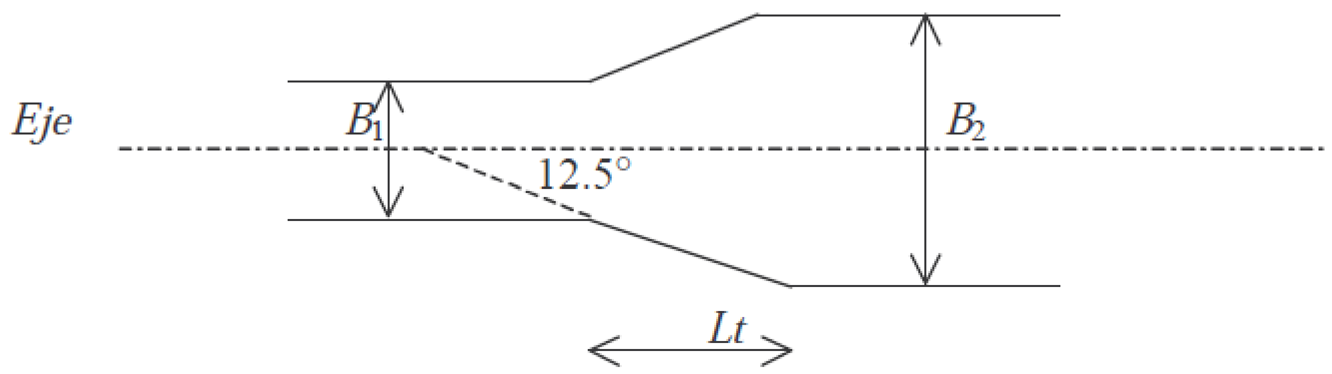
3) Debe evitarse la separación del flujo de las paredes del canal.

- La longitud de la transición (Lt) se puede expresar en flujo subrítico de la siguiente forma:

$$Lt = \frac{|B_2 - B_1|}{2tan\theta}$$

12. DISEÑO DE TRANSICIONES (2)

- Para minimizar la separación del flujo en la transición, se requiere que el ángulo formado entre el eje del canal y la prolongación de la línea que une los extremos de la superficie libre de agua sea de 12.5º.



- Podemos hablar de: transiciones de entrada y de transiciones de salida. En cada caso, se puede estimar la variación en la elevación de la superficie del agua de la siguiente manera:

Caso 1. Estructuras de entrada
Flujo acelerado, $V_1 < V_2$.
Velocidad de entrada menor que la velocidad de salida.
Velocidad del flujo aumenta, la superficie del agua debe caer.

$$\Delta y = \Delta h_v (1 + C_e)$$

Δy = caída en la superficie del agua
Δh_v = diferencia de energía cinética
C_e = coeficiente de pérdida por entrada

Caso 2. Estructuras de salida
Flujo retardado, $V_1 > V_2$.

Velocidad de entrada mayor que la velocidad de salida.
Velocidad del flujo disminuye, la superficie del agua se levanta.

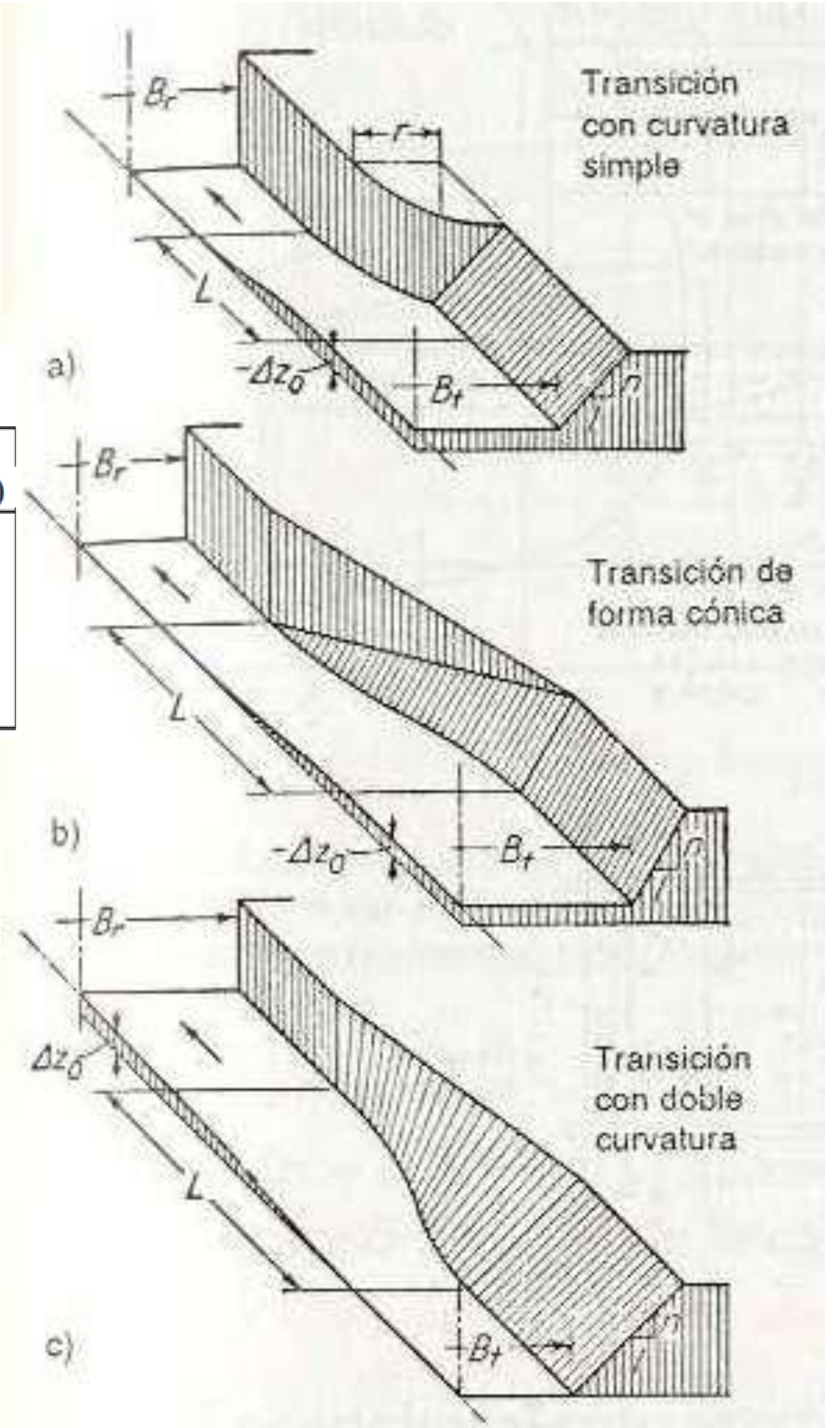
$$\Delta y = \Delta h_v (1 - C_s)$$

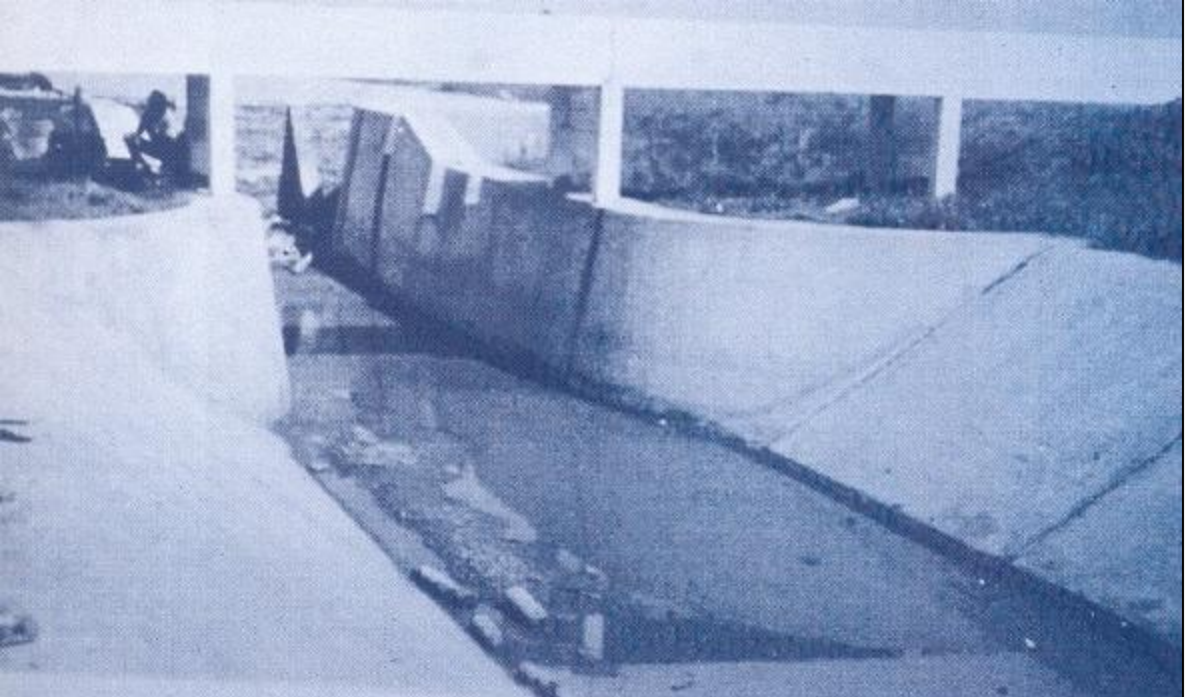
Δy = sobreelevación en la superficie del agua
Δh_v = diferencia de energía cinética
C_s = coeficiente de pérdida por salida

12. DISEÑO DE TRANSICIONES (4)

Tabla 8.7. Coeficientes de pérdida por transición. Chow V. T., 1982.

Tipo de transición	C_e (Entrada o contracción)	C_s (Salida o expansión)
Tipo curvado.	0.10	0.20
Tipo de cuadrante cilíndrico.	0.15	0.25
Tipo simplificado en línea recta.	0.20	0.30
Tipo en línea recta.	0.30	0.50
Tipo de extremos cuadrados.	0.30	0.75





12. DISEÑO DE TRANSICIONES (5)

- ¿Cómo diseñar transiciones en flujo supercrítico?

- Hydraulic Design of Energy Dissipators for Culvert and Channels (Capítulo 4B)……………………….**FHWA**
- Hidraulica de canales **Naudasher**